

### Esercizio n. 1

Si consideri un piano indefinito, uniformemente carico con densità superficiale  $+\sigma$ , disposto verticalmente. Una massa puntiforme  $m = 3 \text{ g}$  trasporta una carica  $q = +5 \mu\text{C}$  ed è fissata all'estremità di un filo inestensibile e privo di massa lungo  $L$ . L'altra estremità del filo è fissata in un punto A del piano carico. La massa si trova in equilibrio quando il filo forma un angolo  $\alpha = 40^\circ$  con il piano carico. Calcolare:

- Il valore della densità di carica superficiale  $\sigma$
- La tensione nel filo

### Soluzione

Il campo elettrico generato da un piano indefinito, uniformemente carico con densità di carica superficiale  $\sigma$ , è diretto perpendicolarmente al piano, verso l'esterno se è positiva, di modulo costante:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Le forze che agiscono sulla massa  $m$  sono: la forza peso  $m\vec{g}$ , la tensione  $\vec{T}$  del filo e la forza  $q\vec{E}$  che il campo elettrico esercita sulla carica puntiforme  $q$ . All'equilibrio è:

$$m\vec{g} + \vec{T} + q\vec{E} = 0$$

Proiettando sugli assi  $xy$  come in figura si ottiene:

$$\begin{cases} -mg \sin \alpha + qE \cos \alpha = 0 \\ mg \cos \alpha - T + qE \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} E = \frac{mg}{q} \tan \alpha \\ T = \frac{mg}{\cos \alpha} \end{cases}$$

D'altra parte, essendo:  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ , si ottiene:  $\sigma = 2\epsilon_0 E$  e quindi:

$$\sigma = \frac{2\epsilon_0 mg}{q} \tan \alpha$$

Passando ai valori numerici abbiamo:

$$\sigma = \frac{2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8}{5 \cdot 10^{-6}} \tan 40^\circ = 8.73 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

$$T = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 9.8}{\cos 40^\circ} = 3.84 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

